	Рекомендация КООМЕТ	COOMET R/GM/___:20__
	Калибровка средств измерений. Алгоритмы обработки результатов измерений и оценивания неопределённости	**Проект по теме 420/RU-a/08**
Утвержден на __ заседании Комитета КООМЕТ (___ ________________ 20__ г.)		

С О Д Е Р Ж А Н И Е

1 Область применения 2
2 Нормативные ссылки 2
3 Термины, определения, принятые сокращения и символы 2
3.1Термины и определения 2
3.2 Принятые сокращения и символы 4
4 Основные положения 5
4.1 Цель и задача калибровки 5
4.2 Формы представления калибровочных характеристик 5
4.3 Методы измерений, применяемые при калибровке средств измерений 6
5 Методика оценивания результата измерений и его неопределённости при калибровке средств измерений 7
5.1 Порядок оценивания 7
5.3 Оценивание входных величин и их стандартных неопределённостей 8
5.4 Оценивание выходных величин и их неопределённостей 10
5.5 Составление бюджета неопределённости 14
5.6 Определение расширенной неопределённости 15
5.7 Представление результатов калибровки 16
6 Оценивание составляющих неопределённости измерений при калибровке 17
6.1 Неопределённость калибровочной характеристики эталонных ИП и значений эталонных мер, применяемых при калибровке 17
6.2 Нестабильность эталонов, применяемых при калибровке 19
6.3 Нелинейность калибровочной функции эталонного измерительного прибора 20
6.4 Случайная погрешность эталона и калибруемого средства измерений 20
6.5 Дополнительные погрешности измерений при калибровке 21
6.6 Округление результатов измерений 22
7 Калибровка мер 23
7.1 Калибровка мер методом прямых измерений 23
7.2 Калибровка мер методом сличения с эталонной мерой. Дифференциальный метод. 24
7.3 Калибровка мер методом сличения с эталонной мерой. Метод замещения. 26
7.4 Вычисление неопределённости при калибровке мер 28
8 Калибровка измерительных приборов 29
8.1 Калибровка ИП методом прямых измерений 29
8.2 Калибровка измерительных приборов методом сличения с эталонным ИП 30
8.3 Вычисление неопределённости при калибровке ИП 31
9 Дополнительные задачи, решаемые при калибровке 32
9.1 Оценивание нестабильности мер 32
9.2 Оценивание повторяемости показаний измерительных приборов 33
9.3 Оценивание нелинейности калибровочной характеристики 34
10 Использование результатов калибровки 34
11 Использованная литература 36
ПРИЛОЖЕНИЕ А 37
ПРИЛОЖЕНИЕ В 40

1 Область применения

Настоящие рекомендации распространяются на методики калибровки эталонов и средств измерений. Рекомендации устанавливают основные положения, применяемые термины, определения, методы и алгоритмы оценивания результатов измерений при калибровке и их неопределённости. Рекомендации могут быть использованы при установлении измерительных и калибровочных возможностей (CMC) национальных институтов.

2 Нормативные ссылки

В настоящих Рекомендациях имеются ссылки на следующие нормативные документы:

ИСО/МЭК 17025 Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий.

3 Термины, определения, принятые сокращения и символы

3.1Термины и определения

В настоящих рекомендациях применяются следующие термины с соответствующими определениями:

Калибровка средств измерений – совокупность операций, устанавливающих соотношение между значением величины, полученным с помощью данного средства измерений и соответствующим значением величины, определённым с помощью эталона с целью определения метрологических характеристик этого средства измерений.

Метрологическая характеристика средства измерений (метрологическая характеристика – характеристика одного из свойств средства измерений, влияющего на результат измерений.

Калибровочная характеристика средства измерений – соотношение между значением измеряемой величины и показаниями измерительного прибора, которое может быть представлено функцией, таблицей или графиком с указанием соответствующей неопределённости.

Примечание. В данном документе рассматривается два способа представления ***калибровочной характеристики средства измерений***: в виде зависимости показаний СИ от значений измеряемой величины $y = f(x)$, и в виде обратной функции $x = f^{-1}(y)$. В контексте всегда поясняется, какое представление имеет место.

Неопределённость (измерения) – неотрицательный параметр, характеризующий рассеяние значений величины, приписываемых измеряемой величине на основании измерительной информации

Стандартная неопределённость – неопределённость, выраженная в виде стандартного отклонения.

Оценивание неопределённости измерений по типу А – оценивание составляющей неопределённости измерений путём статистического анализа измеренных значений величины, получаемых при определённых условиях измерений.

Оценивание неопределённости измерений по типу В – оценивание составляющей неопределённости измерений способами, отличными от оценивания неопределённости измерений по типу А.

Суммарная стандартная неопределённость – стандартная неопределённость измерений, которую получают, исходя из отдельных стандартных неопределённостей измерений, связанных с входными величинами в модели измерений.

Расширенная неопределённость – произведение суммарной стандартной неопределённости и коэффициента охвата большего, чем число один.

Бюджет неопределённости – отчёт о неопределённости измерений, составляющих неопределённости, их вычислении и суммировании.

Примечание. Бюджет неопределённости должен включать в себя модель измерения, оценки, неопределённости измерения, связанные с величинами в модели измерения, ковариации, тип применяемых функций плотности распределения вероятностей, числа степеней свободы, тип оценивания неопределённости измерения и коэффициент охвата.

Модель измерения (уравнение измерений) – уравнение связи между величинами в конкретной измерительной задаче.

Функция измерений – зависимость величин модели измерений, используемая для получения измеренного значения выходной величины по известным значениям входных величин.

Входная величина – величина, которая должна быть измерена, или величина, значение которой может быть получено иным способом, для вычисления измеренного значения измеряемой величины.

Выходная величина – величина, измеренное значение которой получают, используя значения входных величин в модели измерений.

Систематическая погрешность средства измерений – составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или же закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

Примечание. Систематическая погрешность данного средства измерений, как правило, будет отличаться от систематической погрешности другого экземпляра средства измерений этого же типа, вследствие чего для группы однотипных средств измерений систематическая погрешность может иногда рассматриваться как случайная погрешность.

Поправка – значение величины, вводимое в показание с целью исключения составляющих систематической погрешности.

Примечание. Знак поправки противоположен знаку погрешности. Поправку, прибавляемую к номинальному значению меры, называют ***поправкой к значению меры***; поправку, вводимую в показание измерительного прибора, называют ***поправкой к показанию прибора***.

Поправка может быть представлена в виде дополнительного слагаемого – аддитивная поправка, и в виде множителя – мультипликативная поправка.

Повторяемость измерений – прецизионность измерений в условиях повторяемости измерений.

Прецизионность измерений – близость между показаниями или измеренными значениями величины, полученными при повторных измерениях для одного и того же или аналогичных объектов при заданных условиях.

Условия повторяемости – один из наборов условий измерений, включающий применение одной и той же методики измерений, того же средства измерений, участие тех же операторов, те же рабочие условия, то же местоположение и выполнение повторных измерений на одном и том же или подобных объектах в течение короткого промежутка времени.

Нестабильность (метрологической характеристики) – изменение метрологической характеристики средства измерений за установленный интервал времени.

3.2 Принятые сокращения и символы

В данных Рекомендациях использованы следующие сокращения и символы:

СИ – средство измерений;

ИП – измерительный прибор или измерительный преобразователь;

СКО – среднее квадратическое (стандартное) отклонение;

МКИ – межкалибровочный интервал;

МПИ – межповерочный интервал;

МХ – метрологическая характеристика;

ГСССД – Государственная система стандартных справочных данных;

X_{ref}, x_{ref} – величина и ее значение, воспроизводимое эталонной мерой;

X_{cal}, x_{cal} – величина и ее значение, воспроизводимое калибруемой мерой;

$y_{ref}\left(x_{ref}\right)$, $y_{ref}\left(x_{cal}\right)$ – показания эталонного прибора, соответствующие значениям, воспроизводимым эталонной и калибруемой мерами соответственно. В тех случаях, когда показания ИП имеют размерность измеряемой величины, вместо $y_{ref}\left(x_{ref}\right)$ может быть использовано обозначение x_{ref};

$y_{cal}\left(x_{ref}\right)$ – показания калибруемого прибора, соответствующие значениям, воспроизводимым эталонной мерой;

$f_{nominal}(x)$, $f_{ref}(x)$, $f_{cal}(x)$ – номинальная калибровочная функция, калибровочная функции эталонного и калибруемого ИП соответственно;

u_{rel} – относительная стандартная неопределённость.

4 Основные положения

4.1 Цель и задача калибровки

Калибровка является процедурой передачи единицы величины, воспроизводимой и/или хранимой эталоном, менее точному эталону или СИ (далее – калибруемому СИ), путём определения соотношения между значениями величины, полученными с применением эталона, и соответствующими показаниями калибруемого СИ. В последующем, при применении СИ по назначению, это соотношение используется для преобразования показаний СИ в результаты измерений (измеренные значения величины).

При калибровке определяют метрологические характеристики средств измерений.

4.2 Формы представления калибровочных характеристик

4.2.1 В качестве метрологических характеристик могут выступать значения мер, погрешность (систематическая) измерительных приборов, калибровочная характеристика, отклонения от номинальных значений калибровочных характеристик СИ и др. При выполнении калибровки СИ метрологические характеристики указываются с соответствующими неопределённостями.

4.2.2 Значение однозначной меры, определённое при калибровке, указывают новым значением или поправкой (аддитивной или мультипликативной) к номинальному значению или значению, приписанному мере при ее предыдущей калибровке.

При калибровке многозначных мер указывают совокупность новых значений или поправок для всех калибруемых точек диапазона.

4.2.3 Калибровочную характеристику ИП указывают в форме таблицы или функции.

Если показания ИП имеют размерность измеряемой величины, то наиболее общим способом представления калибровочной характеристики является задание в виде таблицы согласованных пар значений измеряемой величины x_i, $i=1,...,n$ и поправок к показаниям ИП. Этот случай рассмотрен в данных рекомендациях.

4.2.4 В тех случаях, когда единицы показаний ИП отличны от единиц измеряемой величины, калибровочная характеристика задаётся параметрической функциональной зависимостью показаний ИП от значений измеряемой величины. В этом случае калибровка ИП заключается в оценивании параметров такой функции на основе значений, получаемых с помощью эталонного СИ, и соответствующих показаний калибруемого ИП.

Частным случаем калибровочной функции является линейная зависимость, проходящая через ноль, когда единственным оцениваемым параметром является калибровочный коэффициент K $(y = Kx)$. Учитывая широкое распространение на практике применения линейных калибровочных функций вида $y = a + bx$, их оценивание также включено в данные рекомендации.

4.2.5 Калибровочная характеристика может быть также задана поправками (аддитивной и/или мультипликативной) к приписанной (номинальной) калибровочной характеристике ИП.

4.2.6 При необходимости в процессе калибровки могут быть определены, например, такие метрологические характеристики СИ как:

– нестабильность калибровочной характеристики СИ;
– СКО показаний ИП в условиях повторяемости, характеризующее случайный разброс показаний в нормальных условиях при калибровке;
– нелинейность калибровочной функции.

4.3 Методы измерений, применяемые при калибровке средств измерений

4.3.1 Калибровка однозначных и многозначных мер может проводиться следующими методами:

- Метод прямых измерений. При этом методе значения калибруемой меры оценивают с помощью эталонного ИП.
- Метод сличения с эталонной мерой при помощи компаратора. Имеет две разновидности:
  - Дифференциальный метод измерений, при реализации которого оценивают разность размеров величин, хранимых калибруемой и эталонной мерами.
  - Метод замещения, при реализации которого с помощью ИП, исполняющего роль компаратора, последовательно определяют значения калибруемой и эталонной мер и находят их соотношение.
- Метод косвенных измерений. При этом методе значения меры находят на основе известной зависимости величины, воспроизводимой мерой, от других непосредственно измеренных величин.

4.3.2 Калибровка ИП может проводиться следующими методами:

- Методом прямых измерений, при котором с помощью калибруемого ИП измеряют значения многозначной эталонной меры или набора однозначных эталонных мер
- Методом сличения с эталонным ИП. Имеет две разновидности:

    - Метод сличения при помощи эталона сравнения (многозначной меры или набора однозначных мер).
    - Метод непосредственного сличения калибруемого ИП с эталонным ИП.
- Методом косвенных (совместных или совокупных) измерений.

5 Методика оценивания результата измерений и его неопределённости при калибровке средств измерений

5.1 Порядок оценивания

Оценивание результата измерений и его неопределённости проводится в следующем порядке:

- составление уравнения измерений;
- оценивание входных величин и их неопределённостей;
- оценивание выходных величин и их неопределённостей;
- составление бюджета неопределённости;
- представление результатов калибровки.

5.2 Составление уравнения измерений при калибровке

5.2.1 При калибровке уравнение измерения выражает зависимость определяемой метрологической характеристики СИ (выходной величины *Y*) от всех других величин (входных величин X_i, где $i = 0,...,n$), влияющих на получение оценки этой метрологической характеристики:

$$Y = F(X_0, X_1, ..., X_n). \tag{1}$$

Примечание. При калибровке многозначных мер или ИП в нескольких точках шкалы уравнение (1) преобразуется в систему уравнений:

$$\begin{cases} Y_1 = F_1(X_0, X_1, ..., X_n) \\ -------------- \\ Y_m = F_m(X_0, X_1, ..., X_n) \end{cases}. \tag{2}$$

5.2.2 В качестве выходной величины в уравнении измерений при калибровке может быть:

- значение калибруемой меры или его отклонение от номинального значения;
- систематическая погрешность (погрешность) ИП в фиксированной точке шкалы измерений;
- отклонение показания ИП от номинальной калибровочной характеристики;
- значение калибровочной характеристики в точке диапазона;
- калибровочные коэффициенты ИП;
- другие метрологические характеристики СИ.

Примечание. Если при калибровке оценивают стабильность значения меры, в качестве выходной величины принимают изменение значения меры за определённый интервал времени, равное разности двух результатов измерений значений меры.

5.2.3 Входными величинами уравнения измерений при калибровке являются величины, влияющие на результат определения метрологической характеристики СИ и его неопределённости, в частности:

X_0 – величина непосредственно измеряемая при калибровке, значение которой определяется/задается с помощью эталона, используемого при калибровке. *X* может быть величиной на входе калибруемого ИП или величиной, воспроизводимой калибруемой мерой.

$X_1, ..., X_n$ – влияющие величины, значения которых либо непосредственно измеряются, либо являются справочными данными, установленными константами и др.

5.2.4 При составлении уравнения измерений необходимо учитывать следующую доступную информацию:

- номинальную калибровочную функцию калибруемого ИП;
- калибровочную функцию эталонного ИП;
- априорно известный вид функций влияния и поправок;
- любую другую информацию, которая позволяет уточнить уравнение измерений.

Примечания.

1. Уравнение измерения всегда является некоторым приближением зависимости выходной величины от входных, конкретный вид которого определяется требованиями к точности определения метрологической характеристики при калибровке. Общие рекомендации по составлению уравнений измерений будут приведены в 6.
2. Примеры записи уравнений измерений при калибровке будут приведены при рассмотрении методов выполнения измерений в разделах 7 и 8.

5.3 Оценивание входных величин и их стандартных неопределённостей

5.3.1 За значение входной величины принимают её наилучшую оценку.

5.3.2 Оценивание стандартной неопределённости по типу А применяется, когда имеются результаты m независимых измерений одной из входных величин $X_i, i = 0, ..., n$, проведённых в одинаковых условиях: $x_{i1}, ..., x_{im}$. В качестве значения x_i этой величины принимают среднее арифметическое значение:

$$x_i = \bar{x}_i = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} x_{ij} .$$

Стандартную неопределённость вычисляют по формуле СКО среднего арифметического значения:

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{m(m-1)}\sum_{j=1}^{m}(x_{ij} - x_i)^2} = \frac{S_i}{\sqrt{m}}, \quad \text{где } S_i = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}(x_{ij} - x_i)^2} . \qquad (3)$$

5.3.3 Если число независимых измерений m входной величины мало (меньше 10), то вместо выражения (3) рекомендуется использовать следующую оценку стандартной неопределённости:

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{m-1}{m-3}} \times \frac{S_i}{\sqrt{m}}. \tag{4}$$

5.3.4 Если число независимых измерений m входной величины мало (меньше 10), а процесс ее измерения хорошо изучен и находится под статистическим контролем, то априорная оценка дисперсии σ_i (СКО повторяемости), полученная в результате обработки большого массива предыдущих измерений, будет более надёжной оценкой. В этом случае вместо (3) рекомендуется следующая оценка стандартной неопределённости:

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \frac{\sigma_i}{\sqrt{m}}.$$

5.3.5 Исходными данными для оценивания значения величины и её стандартной неопределённости по типу В являются следующие источники априорной информации:

– данные предыдущих измерений этой величины, содержащиеся в протоколах измерений, свидетельствах о калибровках или поверках или других документах;

– нормы точности измерений, указанные в технической документации на методы измерений и СИ;

– значения констант, справочных данных и их неопределённости;

– сведения о предполагаемом распределении значений величины, имеющиеся в технических отчетах и литературных источниках;

– опыт исследователя или знание общих закономерностей, которым подчиняются свойства применяемых материалов или приборов.

5.3.6 Различают следующие случаи оценивания по типу В:

5.3.6.1 Если известно только одно значение x_i величины X_i, например, результат однократного измерения, поправка или справочное данное, то такое значение принимают в качестве оценки x_i. Оценку стандартной неопределённости $u_B(x_i)$ находят следующим образом:

– если известна оценка стандартной неопределённости $u(x_i)$, то $u_B(x_i) = u(x_i)$;

– если известны расширенная неопределённость $U(x_i)$ и коэффициент охвата k, то стандартную неопределённость вычисляют по формуле:

$$u_B(x_i) = \frac{U(x_i)}{k}.$$

Если коэффициент охвата не указан, то принимают:

- $k = 1{,}73$, если имеются основания предполагать равновероятное распределение возможных значений в границах $U(x_i)$ (например, в результате округления результата измерений);
- $k = 2$, если имеются основания предполагать нормальное распределение возможных значений, и оценка $U(x_i)$ соответствует вероятности охвата 0,95 (например, она получена при аттестации рабочих эталонов, для которых установлена доверительная вероятность 0,95);
- $k = 2{,}6$, если имеются основания предполагать нормальное распределение возможных значений, и оценка $U(x_i)$ соответствует вероятности охвата 0,99 (например, она получена при аттестации первичных и вторичных эталонов, для которых установлена доверительная вероятность 0,99);
- $k = 2$ во всех остальных случаях при отсутствии информации о виде распределения.

Если оценка стандартной неопределённости неизвестна, её следует рассчитать на основе имеющейся априорной информации или оценить экспериментально.

5.3.6.2 Если могут быть оценены только верхняя a_+ и нижняя a_- границы значений величины X_i (например, предел допускаемой погрешности СИ, область изменения температуры, погрешность округления или отбрасывания), то для её значений принимают равномерное распределение. В этом случае

$$x_i = \frac{1}{2} \cdot (a_+ + a_-), \qquad u_B(x_i) = \frac{a_+ - a_-}{2\sqrt{3}}.$$

Если $a_+ = -a_- = a$, то $u_B(x_i) = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

5.4 Оценивание выходных величин и их неопределённостей

5.4.1 Результат измерений при калибровке вычисляют по формуле (1) или (2), подставляя значения входных величин.

5.4.2 Рассчитывают вклад $u_i(y)$, где $i = 0,...,n$ (или вклады $u_i(y_l)$ для каждого $l = 1, ..., L$ выходного сигнала) в неопределённость измерения y (или y_l) каждой входной величины X_i. Он определяется по формуле

$$u_i(y) = |c_i| \cdot u(x_i),$$

где c_i – коэффициент чувствительности по отношению к входной величине X_i, выражающий степень её влияния на изменение выходной величины Y. Он равняется частной производной функции $F(x_0, ..., x_n)$ по x_i, вычисленной при значениях входных величин, равных их наилучшим оценкам:

$$c_i = \frac{\partial F(x_0, ..., x_n)}{\partial x_i}. \qquad (5)$$

5.4.3 Если уравнение измерений не удается записать в явном виде (1), по крайней мере относительно некоторых входных величин, то соответствующие коэффициенты чувствительности c_i могут быть оценены по разности значений выходной величины при варьировании значений входной величины в пределах стандартной неопределённости по формуле:

$$c_i = \frac{y(x_0, ..., x_i + u(x_i), ..., x_n) - y(x_0, ..., x_i - u(x_i), ..., x_n)}{2u(x_i)}.$$

5.4.4 При некоррелированных оценках входных величин суммарную стандартную неопределённость выходной величины вычисляют по формуле:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} u_i^2(y)}.$$

5.4.5 Если уравнение измерений представляет собой алгебраическую сумму некоррелированных слагаемых, каждое из которых зависит от одной входной величины

$$F(X_0, ..., X_n) = \sum_{i=0}^{n} \varphi_i(X_i),$$

то оценка выходной величины равна:

$$y = \sum_{i=0}^{n} \varphi_i(x_i),$$

а ее абсолютная суммарная стандартная неопределённость –

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} \left(\frac{\partial \phi_i(x_i)}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}. \qquad (6)$$

В частном случае, при $\varphi_i(X_i) = p_i X_i$, где $i = 0, ..., n$, формула (6) принимает вид:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} p_i^2 u^2(x_i)}.$$

5.4.6 Если уравнение измерений представляет собой произведение некоррелированных слагаемых, каждое из которых зависит от одной входной величины

$$F(X_0, ..., X_n) = \prod_{i=0}^{n} \phi_i(X_i),$$

то оценка выходной величины равна

$$y = \prod_{i=0}^{n} \phi_i(x_i),$$

а её относительная суммарная стандартная неопределённость

$$u_{rel}(y) = \frac{u(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} \left(\frac{\partial \varphi_i(x_i)}{\partial x_i} \right)^2 \frac{u^2(x_i)}{\varphi_i^2(x_i)}}\,. \qquad (7)$$

В частном случае, при $\varphi_i(X_i) = X_i^{p_i}$, где $i = 0, ..., n$ формула (7) примет вид:

$$u_{rel}(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} p_i^2 u_{rel}^2(x_i)}\,.$$

5.4.7 Если оценки входных величин коррелированы, то суммарную стандартную неопределённость результата измерений вычисляют по формуле:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} u_i^2(y) + \sum_{i,j=0,\, i \neq j}^{n} c_{ij} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}\,, \qquad (8)$$

где

$$c_{ij} = c_i \cdot c_j,$$

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) u(x_j)}\,. \qquad (9)$$

Здесь $r(x_i, x_j)$ – коэффициент корреляции величин x_i и x_j, а $u(x_i, x_j)$ – ковариация величин x_i и x_j.

Следует иметь в виду, что в формуле (8) слагаемые второй суммы под корнем могут быть отрицательными.

5.4.8 Корреляцию входных величин оценивают следующим образом.

5.4.8.1 Если имеются n пар $\{x_{is}, x_{js}\}_{s=1}^{n}$ одновременных повторных измерений величин x_i и x_j, ковариацию этих величин оценивают по формуле

$$u(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{s=1}^{n} (x_{is} - \bar{x}_i)(x_{js} - \bar{x}_j)\,.$$

Затем по формуле (9) находят коэффициент корреляции этих величин.

5.4.8.2 Если для оценивания входных величин применяют одни и те же методы измерений, СИ или справочные данные, характеризуемые значительными неопределённостями, высока вероятность существенной коррелированности этих величин, обусловленной систематическими факторами. Если входные величины X_1 и X_2 зависят от взаимно независимых переменных Q_l $(l = 1, ..., L)$, их оценки $x_1 = g_1(q_1, q_2, ..., q_L)$ и $x_2 = g_2(q_1, q_2, ..., q_L)$ коррелированы и ковариация этих оценок равна

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l)\,, \qquad (10)$$

где c_{1l}, c_{2l} – коэффициенты чувствительности величин X_1 и X_2 к значениям переменных Q_l $(l = 1, ..., L)$, вычисляемые по формуле (5).

Так как в сумму (10) вклад вносят только слагаемые, коэффициенты чувствительности которых не равны нулю, то ковариация будет равна нулю, если функции g_1 и g_2 не имеют общих переменных.

5.4.8.3 Если коэффициенты корреляции неизвестны, то оценка сверху суммарной стандартной неопределённости измерения задается формулой:

$$u^2(y) \le (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y)\,,$$

где $u_r(y)$ – вклад в стандартную неопределённость измеряемой величины остальных входных величин, которые считаются некоррелированными.

5.4.9 Корреляцию двух входных величин допускается принимать равной нулю или рассматривать как пренебрежимо малую, если:

– эти величины являются независимыми друг от друга (например, если они наблюдались многократно, но не одновременно, в различных, независимых один от другого экспериментах);
– одна из этих величин может рассматриваться как константа;
– не имеется никаких причин для корреляции между этими величинами.

Иногда корреляции могут исключаться с помощью подходящего выбора уравнения измерения.

5.4.10 При калибровке ИП следует оценить коэффициенты корреляции $r(y_q, y_{q+1})$, $q = 1, ..., Q-1$ между оценками выходных величин y_q $(q = 1, ..., Q)$ в соседних калибруемых точках диапазона измерений (Q – число калибруемых точек диапазона ИП). В первом приближении их можно вычислить, принимая допущение о неизменности систематических факторов и, соответственно, о равенстве составляющих неопределённости, оцененных по типу В:

$$u_B(y_q) = u_B(y_{q+1}) = u_B(y)\,. \qquad (11)$$

Тогда ковариация неопределённостей величин y_q, y_{q+1} равна

$$u(y_q, y_{q+1}) = u_B(y_q, y_{q+1}) = u_B^2(y) \qquad (12)$$

и коэффициент корреляции величин y_q, y_{q+1}, $q = 1, ..., Q-1$:

$$r(y_q, y_{q+1}) = \frac{u(y_q, y_{q+1})}{u(y_q)u(y_{q+1})} = \frac{u_B^2(y)}{u(y_q)u(y_{q+1})}\,. \tag{13}$$

5.4.11 Если стандартная неопределённость показаний ИП по типу В существенно зависит от измеряемой величины, следует разделить её на две составляющие, одна из которых, $u_{B1}(y)$, не зависит от измеряемой величины, а другая зависит от неё линейно $u_{B2}(y_q) = y_q u_{B2}$, и провести вычисления по формулам (11) – (13), имея в виду, что

$$u_B^2(y_q) = u_{B1}^2(y) + y_q^2 u_{B2}^2\,.$$

5.5 Составление бюджета неопределённости

5.5.1 Под составлением бюджета неопределённости понимается краткое формализованное изложение процедуры оценивания неопределённости измерения. Такая унифицированная схема наглядна. Она позволяет легко проверить процедуру вычисления неопределённости, сравнить её с аналогичными вычислениями в другой лаборатории.

5.5.2 Представление бюджета неопределённости включает описание уравнения измерения и составляющих неопределённости в виде таблицы (Таблица 1).

Таблица 1

Бюджет неопределённости

1	2	3	4	5	6
Величина	Оценка	Стандартная неопределённость	Тип оценивания/ закон распределения	Коэффициент чувствительности	Вклад в суммарную стандартную неопределённость
X_i	x_i	$u(x_i)$	A (B)	$c_i = \frac{\partial F}{\partial x_i}$	$u_i(y_q) = \left\lvert \frac{\partial F}{\partial x_i} \right\rvert \cdot u(x_i)$
…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…
Y_q, $q = 1, ..., Q$	$y_q = F(x_i)$	$u(y_q)$			$u(y_q) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} u_i^2(y_q)}$ коэффициент корреляции $r(y_q, y_{q+1})$

В столбце 1 перечисляют входные величины уравнения измерения.

В столбце 2 перечисляют оценки входных величин, полученные либо в результате измерений, либо на основе использования другой информации.

В столбце 3 приводят значения стандартной неопределённости этих оценок.

В столбце 4 указывают тип оценивания неопределённости. При необходимости приводят предполагаемый закон распределения оценки. Например, если оценка величины получена по результатам многократных измерений, то, как правило, предполагается нормальный закон распределения её значений и тип оценивания А. При многократных измерениях необходимо также указывать число n измерений.

В столбце 5 приводят коэффициенты чувствительности входных величин $c_i = \frac{\partial F}{\partial x_i}$.

В столбце 6 указываются значения вкладов входных величин $u_i(y_q) = \left|\frac{\partial F}{\partial x_i}\right| \cdot u(x_i)$ в суммарную стандартную неопределённость $u(y_q)$ (произведение значений столбца 3 и модуля значения из столбца 5).

В последней строке таблицы приводят результаты измерений y_q и их стандартные неопределённости $u(y_q)$. Для ИП в этой строке указывают также коэффициенты корреляции $r(y_q, y_{q+1})$ между выходными сигналами в соседних калибруемых точках диапазона измерений.

5.5.3 Все значения величин, приведённые в таблице, должны включать обозначения единиц этих величин. Если неопределённость измерений представляется в относительно виде, то это должно быть указано.

5.5.4 В некоторых случаях бюджет неопределённости составляется не для конкретной точки калибровки, а для диапазона значений измеряемой величины или влияющих величин. В этом случае в столбцах 2, 3 и 6 указывают диапазоны изменения соответствующих величин.

5.6 Определение расширенной неопределённости

5.6.1 Расширенная неопределённость $U(y)$ равна произведению стандартной неопределённости $u(y)$ измерения выходной величины y на коэффициент охвата k:

$$U(y) = k\, u(y).$$

5.6.2 Коэффициент охвата зависит от вида распределения выходной величины. В общем случае он может быть получен статистическим моделированием при известных законах распределения входных величин, используя метод Монте-Карло

5.6.3 Если имеются основания полагать нормальное распределение вероятностей измеряемой величины y, коэффициент охвата принимают равным 2 ($k = 2$). При этом расширенная неопределённость результата измерения примерно соответствует вероятности охвата 0,95.

5.6.4 В тех случаях, когда отсутствует информация о виде распределения неопределённости измеряемой величины, часто в целях унификации также рекомендуется принимать коэффициент охвата, равным 2 ($k = 2$), и считать, что при этом расширенная неопределённость результата измерения будет примерно соответствовать вероятности охвата 0,95.

5.6.5 Коэффициент охвата, равный 2, является оценкой сверху при определении расширенной неопределённости, если выполняются два условия:

- имеется два доминирующих источника неопределённости измерения: точность эталона и случайный разброс результатов измерений при калибровке;
- предполагается равномерный закон для описания неопределённости, обусловленной эталоном, и нормальный закон для описания разброса повторных результатов измерений. Для соответствующей стандартной неопределённости по типу А используется выражение (4).

5.7 Представление результатов калибровки

5.7.1 Результаты калибровки мер могут быть представлены одним из перечисленных ниже способов:

- значение однозначной меры и соответствующая расширенная неопределённость с указанием коэффициента охвата;
- отклонение значения однозначной меры от номинального значения (или предыдущего значения калибровки) и соответствующая расширенная неопределённость с указанием коэффициента охвата;
- для многозначных мер – набор значений мер и соответствующие расширенные неопределённости с указанием коэффициента охвата;
- для многозначных мер – отклонения действительных значений от номинальных значений (или значений предыдущих калибровок) и соответствующие расширенные неопределённости с указанием коэффициента охвата.

5.7.2 Результаты калибровки ИП могут быть представлены одним из перечисленных ниже способов:

- таблица показаний ИП в каждой калибруемой точке диапазона измерений и соответствующие расширенные неопределённости с указанием коэффициента охвата;
- таблица поправок к показаниям ИП в каждой калибруемой точке диапазона измерений и соответствующие расширенные неопределённости с указанием коэффициента охвата;
- таблица поправок к номинальной характеристике ИП в каждой калибруемой точке диапазона измерений и соответствующие расширенные неопределённости с указанием коэффициента охвата;

- калибровочный коэффициент ИП и его расширенная неопределённость с указанием коэффициента охвата;
- калибровочная функция и расширенная неопределённость в каждой точке диапазона измерений или параметры калибровочной функции и соответствующие им неопределённости.

Примечание. Для дальнейшего использования калибровочной характеристики полезно приводить таблицу коэффициентов корреляции оцененных величин $r(y_q, y_{q+1})$ в соседних точках калибровки.

5.7.3 Для ИП и многозначных мер коэффициент охвата k принимается одинаковым для всех калибруемых точек диапазона измерений.

6 Оценивание составляющих неопределённости измерений при калибровке

В этом разделе приведены методы оценивания типичных составляющих неопределённости, которые обусловлены:

- применяемыми эталонами, включая:
  - неопределённость калибровочных характеристик ИП и значений мер;
  - нестабильность калибровочных характеристик ИП и значений мер;
  - нелинейность калибровочной характеристики ИП;
- случайными погрешностями эталонов, калибруемых средств измерений и методик калибровки;
- методом измерений при калибровке, включая алгоритм оценивания параметров калибровочной функции (расчёт неопределённости для оценивания параметров линейной калибровочной функции методом наименьших квадратов приведен в Приложении А);
- поправками на отклонения от нормальных условий.

6.1 Неопределённость калибровочной характеристики эталонных ИП и значений эталонных мер, применяемых при калибровке

6.1.1 Составляющую неопределённости, обусловленную этим источником, оценивают по типу В. Источник информации – сертификаты калибровки или поверки (далее для упрощения – сертификаты калибровки) этих эталонов.

6.1.2 В сертификатах калибровки должна быть указана расширенная неопределённость U (и коэффициент охвата k, при котором она вычислена) калибровочной характеристики:

- значений меры – при применении в качестве эталонов однозначных и многозначных эталонных мер;
- установки нуля и калибровочного коэффициента – при применении в качестве эталонов ИП с линейной калибровочной характеристикой;

- значений показаний выходного сигнала в точках x_l, x_{l+1} диапазона измерений эталонного ИП, ближайших к калибруемой точке x $(x_l < x < x_{l+1})$, если калибровочная характеристика эталонного ИП представлена таблицей значений;
- значений показаний выходного сигнала при применении в качестве эталона ИП с нелинейной калибровочной характеристикой, заданной в виде функции.

Примечание: Для эталонов в сертификате калибровки может быть указано максимальное значение расширенной неопределённости по диапазону или расширенная неопределённость в точках калибровки.

6.1.3 Если в свидетельстве о поверке указаны доверительные границы погрешности $\pm\Delta_P$, соответствующие доверительной вероятности $P = 0{,}95$, то принимают $U = \Delta_P$ и $k = 2$. Если доверительная вероятность $P = 0{,}99$, то принимают $U = \Delta_P$ и $k = 2{,}6$.

Если в свидетельстве о поверке указан предел допускаемой погрешности характеристики эталона Δ, то принимают $U = \Delta$ и $k = 3$.

6.1.4 Стандартные неопределённости вычисляют по формуле

$$u(x) = \frac{U}{k}.$$

6.1.5 При проведении калибровки с помощью эталонного ИП составляющую неопределённости в калибруемой точке x $(x_i < x < x_{i+1})$, обусловленную неопределённостью калибровочной характеристики эталонного ИП в соседних точках x_i, x_{i+1}, вычисляют по формуле:

$$u(y) = [u^2(y_i)(\frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i})^2 + 2r(y_i, y_{i+1})u(y_i)u(y_{i+1})\frac{(x_{i+1} - x)(x - x_i)}{(x_{i+1} - x_i)^2} + $$
$$+ u^2(y_{i+1})(\frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i})^2]^{0,5}.$$

Способы определения коэффициентов корреляции приведены в 5.4.7 – 5.4.11.

Примечание. Если $u(y_i) = u(y_{i+1}) = u$ и коэффициент корреляции близок к единице, то $u(y) = u$.

6.1.6 Если калибровочная характеристика эталонного ИП задана аналитически в виде функции от значений калибровочных точек *x*, то в сертификате калибровки приводятся стандартные неопределённости параметров этой функции и их коэффициенты корреляции, которые позволяют вычислить неопределённость, обусловленную калибровкой эталонного ИП, в частности:

- если линейная калибровочная характеристика проходит через ноль $y = kx$ и дана стандартная неопределённость $u(k)$ калибровочного коэффициента *k*, то соответствующая неопределённость равна

$$u^2(y) = u^2(k)x^2;$$

- если линейная калибровочная характеристика не проходит через ноль: $y = a + bx$, и даны стандартные неопределённости свободного члена $u(a)$, коэффициента при линейном члене $u(b)$ и коэффициент корреляции $r(a,b)$, то соответствующая неопределённость равна

$$u^2(y) = u^2(a) + u^2(b)x^2 + 2x\,r(a,b)u(a)u(b).$$

Примечание: Для калибровочной характеристики заданной аналитически в виде функции может быть нормировано значение максимальной неопределённости по диапазону измерений в абсолютном или относительном виде $u(y) < u_{\max}$.

6.2 Нестабильность эталонов, применяемых при калибровке

6.2.1 Неопределённость результата калибровки, обусловленную нестабильностью применяемых эталонов, оценивают по типу В. Источником информации являются протоколы проведённых в течение ряда лет калибровок или поверок этих эталонов.

6.2.2 Если нестабильность эталонов имеет случайный характер, то она, как правило, нормируется границами нестабильности за межкалибровочный интервал θ_{drift}. Соответствующая стандартная неопределённость вычисляется по формуле:

$$u_{drift} = \frac{\theta_{drift}}{\sqrt{3}}. \qquad (14)$$

Примечание. Нестабильность эталонного ИП может быть нормирована границами изменения во времени калибровочного коэффициента k: $\theta_{drift}(k)$. Соответствующая стандартная неопределённость калибровочного коэффициента k вычисляется по формуле:

$$u_{drift}(k) = \frac{\theta_{drift}(k)}{\sqrt{3}}. \qquad (15)$$

Если нестабильность эталонов имеет систематический характер, то при выполнении калибровки вносится поправка:

$$\Delta t = \bar{v} \cdot t,$$

где $\bar{v}$ – скорость дрейфа, t – время, прошедшее с момента последней калибровки.

Соответствующая неопределённость вычисляется по формуле:

$$u(\Delta t) = u(\bar{v}) \cdot t.$$

Методы вычисления неопределённости скорости дрейфа приведены в Приложении В.

Примечание. Если нестабильность эталонов нормирована границами, зависящими от времени, прошедшего с момента последней калибровки $\theta_{drift}(t)$, то составляющая неопределённости, обусловленная нестабильностью эталона, вычисляется по формулам (14) и (15) с заменой θ_{drift} на $\theta_{drift}(t)$ и $\theta_{drift}(k)$ на $\theta_{drift}(k,t)$ соответственно.

6.3 Нелинейность калибровочной функции эталонного измерительного прибора

6.3.1 Нелинейность калибровочной функции эталонного измерительного прибора устанавливается на этапе его калибровки.

6.3.2 Поправка к показаниям эталонного измерительного прибора в точке *x,* обусловленная нелинейностью калибровочной функции, вычисляется по формуле:

$$\theta_н(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} y_i P_2(x_i)}{\sum_{i=1}^{m} P_2^2(x_i)} P_2(x),$$

где

$$P_2(x) = (x-\bar{x})^2 - (x-\bar{x}) \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^3}{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2} - \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2}{m}, \quad \bar{x} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i .$$

$\{x_i, y_i\}_1^m$ – значения калибровочных точек и показания эталонного измерительного прибора в этих точках, полученные при его калибровке. Здесь m – число калибровочных точек при калибровке эталонного ИП.

6.3.3 Неопределённость поправки вычисляется по формуле:

$$u(\theta_н) = \frac{u(y)}{\sum_{i=1}^{m} P_2^2(x_i)} \left|P_2(x)\right|,$$

где $u(y)$ – стандартная неопределённость, обусловленная повторяемостью показаний эталонного измерительного прибора.

6.3.4 Если поправка на нелинейность не вводится, то соответствующую неопределённость, обусловленную нелинейностью калибровочной характеристики, оценивают сверху исходя из максимального отклонения от линейной зависимости по формуле:

$$u_н = \frac{\left| \frac{1}{4}\left(\frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^3}{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2} \right)^2 + \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2}{m} \right|}{\sum_{i=1}^{m} P_2^2(x_i)} \cdot \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^{m} y_i P_2(x_i)\right)^2}{3} + u^2(y)} .$$

6.4 Случайная погрешность эталона и калибруемого средства измерений

6.4.1 При прямом определении действительного значения калибруемой меры эталонным ИП или использовании эталонного ИП в качестве компаратора при сличениях мер случайная погрешность эталонного ИП является составляющей случайной погрешности ряда результатов измерений и соответствующая неопределённость может быть оценена по типу А в соответствии с 5.3.2. Если условия определения СКО повторяемости эталонного ИП совпадают с условиями проведения калибровки меры, то целесообразно использовать априорную оценку СКО повторяемости в соответствии с 5.3.4.

6.4.2 При калибровке ИП по эталонной мере случайная погрешность ИП является составляющей случайной погрешности определения калибровочной характеристики ИП и соответствующая неопределённость оценивается по типу А.

6.4.3 При непосредственном сличении калибруемого и эталонного ИП невозможно, как правило, разделить случайные погрешности этих ИП и других составляющих, обусловленных изменениями условий измерений. Неопределённость, обусловленная суммарной случайной погрешностью рассчитывается по типу А в соответствии с п. 5.3.2 определения калибровочной характеристики.

6.4.4 В сличениях калибруемого и эталонного ИП посредством эталона сравнения при вычислении неопределённости, обусловленной случайной погрешностью эталонного ИП, в ряде случаев целесообразно использовать априорные оценки повторяемости ИП в соответствии с 5.3.3.

6.5 Дополнительные погрешности измерений при калибровке

6.5.1 Дополнительные погрешности измерений обусловлены отличием условий измерений от нормальных, с целью повышения точности измерений на них вводят поправки. Поправку в результат определения МХ СИ y, учитывающую значение α влияющей величины, вычисляют по формуле

$$\Delta y(\alpha) = c_0(y) \cdot (\alpha - \alpha_0),$$

где $c_0(y)$ – номинальная функция влияния, α_0 – номинальное значение влияющей величины.

6.5.2. Абсолютную стандартную неопределённость, обусловленную неточностью этой поправки, вычисляют по формуле

$$u[\Delta y(\alpha)] = \sqrt{u^2[c(y)] \cdot (\alpha - \alpha_0)^2 + u^2(\alpha) \cdot c_0^2(y)},$$

где $u[c(y)]$ – стандартная неопределённость функции влияния, $u(\alpha)$ – стандартная неопределённость значения влияющей величины α.

6.5.3 Значения функции влияния $c_l(y)$ находят из таблиц, аттестованных ГСССД, или других таблиц, опубликованных компетентной метрологической организацией. Стандартную неопределённость или расширенную неопределённость $U[c(y)]$ этих данных и коэффициент охвата k следует получить из материалов организаций, опубликовавших эти данные.

6.5.4 Значения α влияющих величин определяют путём измерений этих величин. В этом случае стандартную неопределённость рассчитывают в соответствии с 5.3.

6.5.5 В тех случаях, когда функция влияния или сама поправка представлена в виде таблицы, расчёт поправки при фактическом значения влияющей величины требует линейной интерполяции между ближайшими узлами интерполирования α_l, α_{l+1}:

$$\Delta y(\alpha) = \Delta y(\alpha_l) + \frac{\Delta y(\alpha_{l+1}) - \Delta y(\alpha_l)}{\alpha_{l+1} - \alpha_l} \cdot (\alpha - \alpha_l).$$

6.5.6 Неопределённость оценки поправки складывается из неопределённости оценки влияющей величины, неопределённости задания поправок (функции влияния) в узлах интерполирования и неопределённости, обусловленной линейным интерполированием:

$$u^2[\Delta y(\alpha)] = u^2[\Delta y(\alpha_{l+1})]\left(\frac{\alpha - \alpha_l}{\alpha_{l+1} - \alpha_l}\right)^2 + u^2[\Delta y(\alpha_l)]\left(\frac{\alpha_{l+1} - \alpha}{\alpha_{l+1} - \alpha_l}\right)^2 +$$

$$+ u^2(\alpha)\left(\frac{\Delta y(\alpha_{l+1}) - \Delta y(\alpha_l)}{\alpha_{l+1} - \alpha_1}\right)^2 + \frac{(\Delta y(\alpha_{l+2}) - 2\Delta y(\alpha_{l+1}) + \Delta y(\alpha_l))^2}{3}.$$

6.5.7 В тех случаях, когда поправка на влияющую величину α не вводится, её оценку следует учесть при вычислении стандартной неопределённости МХ СИ в виде:

$$u[y(\alpha)] = \sqrt{\Delta^2 y(\alpha) + u^2[\Delta y(\alpha)]}.$$

6.6 Округление результатов измерений

6.6.1 Неопределённость результата измерений y, обусловленную его округлением (квантованием), оценивают по типу В. При этом полагают, что она распределена по равномерному закону в половине ширины первого десятичного диапазона, отбрасываемого при округлении.

6.6.2 Стандартную неопределённость, обусловленную округлением, вычисляют по формуле

$$u_{окр}(y) = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-m(y)}}{\sqrt{3}} \cong 0{,}3 \cdot 10^{-m(y)},$$

где $m(y)$ – порядковый номер последней значащей цифры результата измерений y (минимальной цены деления СИ, применяемого при калибровке).

6.6.3 При многократных измерениях стандартную неопределённость результата измерений, обусловленную округлением, можно считать пренебрежимо малой и не учитывать, если она не превышает стандартную неопределённость этого измерения, оцененную по типу

А (т.е. в тех случаях, когда разряд последней значащей цифры результата измерений не превышает разряда первой значащей цифры расширенной неопределённости по типу А).

7 Калибровка мер

7.1 Калибровка мер методом прямых измерений

7.1.1 Калибровка однозначной меры заключается в многократном измерении эталонным ИП величины, воспроизводимой калибруемой мерой. В общем случае уравнение измерения записывается в виде:

$$x_{cal} = f_{ref}^{-1}\left(y_{ref}\left(X_{cal}\right) + \sum \Delta y_i\right) + \sum \Delta x_i ,$$

где

x_{cal} – значение величины, воспроизводимой калибруемой мерой,

f_{ref}, f_{ref}^{-1} – калибровочная функция эталонного ИП и обратная ей,

$y_{ref}\left(X_{cal}\right)$ – показание эталонного ИП, соответствующее величине, воспроизводимой калибруемой мерой,

Δy_i, Δx_i – поправки, вносимые в показания эталонного ИП и в окончательный результат измерения соответственно.

7.1.2 Конкретный вид уравнения измерений зависит от способа представления калибровочной характеристики эталонного ИП. Ниже перечислены некоторые типовые способы записи уравнений измерения.

7.1.3 Если показания эталонного ИП представлены непосредственно в единицах измеряемой величины, то это соответствует тождественной номинальной калибровочной функции $f_{ref}(x) \equiv x$. В этом случае калибровочная характеристика эталонного ИП представлена поправками к его показаниям, и уравнение измерений, как правило, представимо в виде:

$$x_{cal} = x_{ref} + \Delta x_{ref} + \sum \Delta x_i ,$$

где

x_{ref} – показания эталонного ИП,

Δx_{ref} – поправка к показаниям ИП.

Примечание. В качестве оценки x_{ref}, как правило, берется среднее повторных показаний эталонного ИП; соответствующая стандартная неопределённость вычисляется по типу А. Поправка к показанию эталонного ИП в общем случае включает поправку на систематический сдвиг, нелинейность и дрейф калибровочной характеристики эталонного ИП; соответствующие неопределённости, как правило, вычисляются по типу В.

7.1.4 Если калибровочная характеристика эталонного ИП представлена калибровочным коэффициентом k, то уравнение измерений, как правило, может быть представлено в виде:

$$x_{cal} = \frac{y_{ref}\left(X_{cal}\right) + \sum \Delta y_i}{k} + \sum \Delta x_i\ .$$

Примечания:

1. В качестве $y_{ref}\left(X_{cal}\right)$, как правило, берётся среднее повторных показаний эталонного ИП; соответствующая стандартная неопределённость вычисляется по типу А. Неопределённости остальных входных величин, как правило, вычисляются по типу В.
2. Аналогично рассматривается случай двухпараметрической линейной калибровочной зависимости и зависимости произвольного заданного вида.

Пример (S11, [4]): Калибровка калибратора блока температуры при температуре 180°С

При калибровке измеряется температура, которая должна установиться в измерительном отверстии калибратора блока температуры, когда встроенный индикатор температуры показывает 180°С. Температура калибруемого отверстия определяется эталонным встроенным платиновым термометром сопротивления в соответствии со следующим уравнением измерения:

$$t_X = t_S + \Delta t_S + \Delta t_D + \Delta t_{iX} + \Delta t_R + \Delta t_A + \Delta t_H + \Delta t_V$$

где

t_S *– значение температуры, полученное эталоном по измеренному сопротивлению, мостом переменного тока;*

Δt_S *– поправка, обусловленная мостом переменного тока;*

Δt_D, Δt_{iX}, Δt_R, Δt_A, Δt_H, Δt_V *– поправки, обусловленные соответственно: дрейфом эталона с момента его последней калибровки; конечным разрешением показаний калибратора блока температуры; осевой температурной неоднородностью в измерительном отверстии; гистерезисом; колебаниями температуры в течение времени измерения.*

7.2 Калибровка мер методом сличения с эталонной мерой. Дифференциальный метод.

При этом способе калибровки применяют два СИ: эталонную меру с номинальным значением, равным номинальному значению калибруемой меры и ИП, играющий роль компаратора.

7.2.1 Дифференциальный метод измерений заключается в многократном измерении на компараторе разности размеров величины, хранимых калибруемой и эталонной мерами. В общем случае уравнение измерения записывается в виде:

$$x_{cal} = x_{ref} + f_{ref}^{-1}\left(y_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right) + \sum \Delta y_i\right) + \sum \Delta x_i\ ,$$

где

x_{cal} – значение калибруемой меры,

x_{ref} – значение эталонной меры, определенное при её калибровке,

$y_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right)$ – показания эталонного ИП, соответствующие разности величин, воспроизводимых калибруемой и эталонной мерами,

f_{ref}, f_{ref}^{-1} – калибровочная функция эталонного ИП и обратная ей,

Δy_i, Δx_i – поправки, вносимые в показания эталонного СИ и в окончательный результат измерения соответственно.

7.2.2 Конкретный вид уравнения измерений зависит от способа представления калибровочной характеристики эталонного ИП. Ниже перечислены некоторые типовые способы записи уравнений измерения.

7.2.3 Если показания эталонного компаратора представлены непосредственно в единицах измеряемой величины, то это соответствует тождественной номинальной калибровочной функции $f_{ref}(x) \equiv x$. В этом случае калибровочная характеристика эталонного ИП представлена поправками к его показаниям, и уравнение измерений, как правило, представимо в виде:

$$x_{cal} = x_{ref} + \Delta_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right) + \Delta\left(X_{cal} - X_{ref}\right) + \sum \Delta x_i ,$$

где

$\Delta_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right)$ – показания ИП, соответствующие разности величин, воспроизводимых калибруемой и эталонной мерами,

$\Delta\left(X_{cal} - X_{ref}\right)$ – поправка к показаниям ИП.

Примечания:

1. В качестве $\Delta_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right)$, как правило, берётся среднее повторных показаний эталонного компаратора; соответствующая стандартная неопределённость вычисляется по типу А. Неопределённости остальных входных величин, как правило, вычисляются по типу В.
2. Аналогично рассматривается случай двухпараметрической линейной калибровочной зависимости и зависимости произвольного заданного вида.

7.2.4 Если калибровочная характеристика эталонного компаратора представлена калибровочным коэффициентом k, то уравнение измерений, как правило, может быть представлено в виде:

$$x_{cal} = x_{ref} + \frac{\Delta_{ref}\left(X_{cal} - X_{ref}\right) + \sum \Delta y_i}{k} + \sum \Delta x_i .$$

7.2.5 Частным случаем дифференциального метода измерений является нулевой метод, при котором добиваются равенства размеров калибруемой и эталонной мер. При этом в правой части уравнений член, соответствующий показаниям эталонного компаратора, равен нулю.

Пример (S4, [4]): Калибровка плоскопараллельной концевой меры номинальной длины 50 мм

Калибровка концевой меры длины 50 мм проводится методом сравнения при помощи компаратора с эталонной концевой мерой той же номинальной длины и того же материала. Разность срединных длин определяется при вертикальном положении обеих концевых мер с использованием двух индикаторов, контактирующих с верхней и нижней измерительными поверхностями. Длина калибруемой концевой меры определяется в соответствии со следующим уравнением измерения:

$$l_X = l_S + \Delta l_D + \Delta l + \Delta l_C + \Delta l_t + \Delta l_V$$

где:

l_S *– длина эталонной концевой меры при температуре* $t_0 = 20$ ℃ *согласно сертификата её калибровки;*

Δl_D *– изменение эталонной концевой меры длины с момента её последней калибровки;*

Δl *– разность длин калибруемой и эталонной концевых мер;*

Δl_C, Δl_t, Δl_V *– поправка на несовпадение осей компаратора; температурные поправки; поправка на отклонение срединной длины калибруемой концевой меры с индикаторами, контактирующими с верхней и нижней измерительными поверхностями.*

7.3 Калибровка мер методом сличения с эталонной мерой. Метод замещения.

При этом способе калибровки, как и в п.7.2, применяют два СИ: эталонную меру с номинальным значением, равным номинальному значению калибруемой меры и ИП, играющий роль компаратора.

7.3.1 Метод замещения заключается в многократном попеременном измерении на компараторе размеров величины, хранимых калибруемой и эталонной мерами. В общем случае уравнение измерения записывается в виде:

$$x_{cal} = x_{ref} + f_{ref}^{-1}\left(y_{ref}(X_{cal}) + \sum \Delta y_i\right) - f_{ref}^{-1}\left(y_{ref}\left(X_{ref} + \sum \Delta y_i\right)\right) + \sum \Delta x_i\ ,$$

где

x_{cal} – значение калибруемой меры,

x_{ref} – значение эталонной меры, определенное при её калибровке,

$y_{ref}(X_{cal})$, $y_{ref}(X_{ref})$ – показания эталонного ИП, соответствующие величинам, воспроизводимым калибруемой и эталонной мерами,

f_{ref}, f_{ref}^{-1} – калибровочная функция эталонного ИП и обратная ей,

Δy_i, Δx_i – поправки, вносимые в показания эталонного ИП и в окончательный результат измерения соответственно.

7.3.2 Если показания компаратора представлены в единицах, отличных от единиц измеряемой величины, то в уравнении измерения часто используют отношение показаний эталонного компаратора, соответствующих последовательно определяемым значениям калибруемой и эталонной мер:

$$x_{cal} = \left(x_{ref} + \sum \Delta x_i\right) \frac{y_{ref}\left(X_{cal}\right)}{y_{ref}\left(X_{ref}\right)} \cdot \prod \delta x_i \;,$$

где

Δx_i – поправки, вносимые в значение эталонной меры

δx_i – мультипликативные поправки.

7.3.3 Возможны ситуации, когда при калибровке используют две эталонные меры с номинальными значениями, близкими к значению калибруемой меры $x_{ref1} \le x_{cal} \le x_{ref2}$. В этом случае сначала определяют линейную калибровочную характеристику компаратора на узком диапазоне с использованием этих мер, а затем с её использованием оценивают значение калибруемой меры. Уравнение измерения имеет вид:

$$x_{cal} = \frac{\left(x_{ref1} y_{ref}\left(X_{ref2}\right) - x_{ref2} y_{ref}\left(X_{ref1}\right)\right) + y\left(X_{cal}\right)\cdot\left(x_{ref2} - x_{ref1}\right)}{y_{ref}\left(X_{ref2}\right) - y_{ref}\left(X_{ref1}\right)} \prod \delta x_i \;,$$

где $y_{ref}\left(X_{ref1}\right)$, $y_{ref}\left(X_{ref2}\right)$, $y_{ref}\left(X_{cal}\right)$ – показания эталонного ИП, соответствующие значениям эталонных и калибруемой мер.

Примечание. В качестве $y_{ref}\left(X_{ref1}\right)$, $y_{ref}\left(X_{ref2}\right)$, $y_{ref}\left(X_{cal}\right)$, как правило, берутся средние повторных показаний эталонного ИП; соответствующие стандартные неопределённости вычисляются по типу А. Неопределённости остальных входных величин, как правило, вычисляются по типу В.

7.3.4 При использовании метода замещения, как правило, поправки к показаниям эталонного ИП на нестабильность, нелинейность калибровочной характеристики и другие систематические эффекты не вводятся, поскольку измерения проводят за короткий промежуток времени и для мер с близкими номинальными значениями.

Пример (S2, [4]): Калибровка гири с номинальным значением массы 10 кг

Калибровка гири с номинальным значением массы 10 кг проводится методом сравнения с эталонной гирей того же номинального значения при помощи компаратора, метроло-

гические характеристики которого известны. Условная масса калибруемой гири определяется в соответствии со следующим уравнением измерения:

$$m_X = m_S + \Delta m_D + \Delta m + \Delta m_C + \Delta B,$$

где:

m_S *– условная масса эталонной гири;*

Δm_D *– значения дрейфа эталонной гири после её последней калибровки;*

Δm *– наблюдаемая разность между массами калибруемой и эталонной гирь;*

$\Delta m_C, \Delta B$ *– поправки соответственно на эксцентриситет и магнитное воздействие.*

7.4 Вычисление неопределённости при калибровке мер

7.4.1 Типичные источники неопределённости при калибровке мер:

– неопределённость калибровочной характеристики эталонного ИП,

– нестабильность калибровочной характеристики эталонного ИП,

– нелинейность калибровочной характеристики эталонного ИП,

– случайная погрешность эталонного ИП,

– неопределённость значений эталонных мер,

– нестабильность эталонных мер,

– влияние случайных факторов, обусловленных методикой измерений, например, погрешность установки калибруемой и эталонной мер на компараторе,

– вычисление поправок,

– округление результата измерений,

– интерполирование табличных данных.

7.4.2 Способы вычисления неопределённостей эталонов, поправок на влияющие величины и соответствующие неопределённости приведены в разделе 6. Методика оценивания стандартной и расширенной неопределённости и составления бюджета неопределённости приведена в разделе 5.

7.4.3 Как правило, вклад в неопределённость обусловленный нестабильностью и нелинейностью калибровочной функции эталонного компаратора в методе замещения можно не учитывать, поскольку они одинаковым образом сказываются при измерениях эталонных и калибруемой мер. Кроме того, следует учитывать, что часто поправки на влияющие величины для результатов измерений эталонных и калибруемых мер оказываются коррелированными, что на практике существенно уменьшает суммарную неопределённость значения калибруемой меры.

7.4.4 Определение результата калибровки многозначной меры и оценивание неопределённости результата калибровки проводится аналогично, последовательно для её каждого номинального значения. В данных рекомендациях не рассматривается случай, когда на значения многозначной меры накладываются дополнительные уравнения связи, например: сумма углов многогранной призмы равна 360 градусам.

8 Калибровка измерительных приборов

8.1 Калибровка ИП методом прямых измерений

8.1.1 При калибровке ИП методом прямых измерений проводят многократные измерения калибруемым ИП величин, воспроизводимых эталонными мерами/калибраторами, которые соответствуют разным отсчетам шкалы ИП.

8.1.2 Если при калибровке ИП определяют поправки к показаниям ИП или отклонения от номинальной калибровочной характеристики в точке x_{ref}, то уравнение измерений, как правило, может быть представлено в виде:

- для аддитивных поправок

$$\Delta\left(x_{ref}\right) = -\left(y_{cal}\left(X_{ref}\right) - x_{ref}\right) + \sum \Delta x_i \qquad \text{или}$$

$$\Delta\left(x_{ref}\right) = -\left(y_{cal}\left(X_{ref}\right) - f_{nominal}\left(x_{ref}\right)\right) + \sum \Delta x_i \,,$$

- для мультипликативных поправок

$$\delta\left(X_{ref}\right) = \left(\frac{y_{cal}\left(X_{ref}\right)}{x_{ref}}\right)^{-1} \prod \delta x_i \qquad \text{или}$$

$$\delta\left(X_{ref}\right) = \left(\frac{y_{cal}\left(X_{ref}\right)}{f_{nominal}\left(x_{ref}\right)}\right)^{-1} \prod \delta x_i \,,$$

где

$y_{cal}\left(X_{ref}\right)$ – показания калибруемого ИП в точке, соответствующие величине, воспроизводимой эталонной мерой X_{ref},

x_{ref} – значение эталонной меры,

$f_{nominal}\left(x_{ref}\right)$ – значение номинальной калибровочной характеристики калибруемого ИП в точке x_{ref},

$\Delta x_i, \delta x_i$ – поправки на нестабильность эталонной меры и другие влияющие величины.

Примечание. В качестве оценок $y_{cal}\left(X_{ref}\right)$, как правило, берётся среднее повторных показаний калибруемого ИП; соответствующая стандартная неопределённость вычисляется по типу А. Неопределённости остальных входных величин, как правило, вычисляются по типу В.

8.1.3 Если при калибровке ИП определяют его калибровочный коэффициент *k*, то уравнение измерений представляется в виде

$$k = \frac{y_{cal}\left(X_{ref}\right)}{x_{ref}} \prod \delta x_i \ .$$

Примечание. Оценки коэффициентов линейной зависимости методом наименьших квадратов приведены в Приложении А.

Пример (S10, [4]): Калибровка штангенциркуля

Стальной штангенциркуль калибруется с применением эталонных концевых мер с номинальными значениями длины в диапазоне 0,5 – 150 мм. При калибровке устанавливают отклонение показания штангенциркуля от значения эталонной меры (погрешность) при нормальной температуре $t_0 = 20$ ℃ *в соответствии со следующим уравнением измерения:*

$$E_X = l_{iX} - l_S + \Delta l_t + \Delta l_{iX} + \Delta l_M \ ,$$

где

l_{iX} *– показания штангенциркуля;*

l_S *– действительное значение длины концевой меры;*

Δl_t, Δl_{iX}, Δl_M *– поправки соответственно: на разность температур штангенциркуля и концевой меры длины; на конечное разрешение штангенциркуля, на механические эффекты, такие как существующее измерительное усилие, ошибки Аббе, отклонения от плоскостности и параллельности измерительных поверхностей.*

8.2 Калибровка измерительных приборов методом сличения с эталонным ИП

8.2.1 Методом сличения с эталонным ИП может быть реализован непосредственно или с применением эталона сравнения (набора мер).

8.2.2 При установлении калибровочной характеристики калибруемого ИП в каждой точке калибровки сначала определяют значение измеряемой величины по показаниям эталонного ИП $y_{ref}\left(X\right)$, используя его калибровочную характеристику: $x_{ref} = f_{ref}^{-1}\left(y_{ref}\left(X\right)\right)$, и вычисляют соответствующую неопределённость. Затем построение модели и вычисление неопределённости сводится к задаче калибровке методом прямых измерений (п.8.1).

8.2.3 В данном случае уравнение измерения часто разбивается на два уравнения в соответствии с перечисленной выше последовательностью действий.

Пример (S5, [4]): Калибровка термопары типа N при температуре 1000 ℃

Термопары типа N калибруются путем сравнения с двумя эталонными термопарами типа R в горизонтальной печи при температуре 1000 ℃. ЭДС, генерируемая термопарами, *измеряется с помощью цифрового вольтметра. Измерение состоит из двух этапов, поэтому в данном случае модель измерений приводится для каждого этапа.*

На первом этапе определяют температуру горячего спая калибруемой термопары, используя эталонные термопары следующим образом:

$$t_X = t_S(V_{iS} + \Delta V_{iS}) + \Delta t_D + \Delta t_F ,$$

где

$t_S(V)$ *– калибровочная функция эталонного термометра, позволяющая по измеренному значению напряжения определить температуру. Функция приводится в свидетельстве о калибровке;*

V_{iS} *– показания вольтметра*

ΔV_{iS} *, – поправка к значению напряжения, определённая при калибровке вольтметра;*

Δt_D *– изменение значений эталонных термометров с момента их последней калибровки из-за дрейфа;*

Δt_F *– поправка к значению температуры из-за неоднородности температуры печи.*

На втором этапе определяют соответствующее напряжение V_X, возникающее в калибруемой термопаре:

$$V_X(t) \cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\Delta t_{0X}}{C_{X0}} ,$$

где

$V_X(t_X)$ *– показания вольтметра;*

Δt_{0X} *– поправка к значению температуры, возникающая из-за отклонения опорной температуры от 0 °C;*

C_X *– чувствительность термопары по напряжению при измеряемой температуре 1000 °C;*

C_{X0} *– чувствительность термопары по напряжению при опорной температуре 0 °C;*

t *– температура, при которой термопара должна быть откалибрована (точка калибровки);*

$\Delta t = t - t_X$ *– отклонение температуры точки калибровки от температуры печи.*

8.3 Вычисление неопределённости при калибровке ИП

8.3.1 Типичными источниками неопределённости являются:

– случайные погрешности калибруемого и эталонного ИП,

– неопределённость калибровочной характеристики эталонного ИП,

– неопределённость значения эталонной меры,

– нестабильность значения эталонной меры,

– нестабильность калибровочной характеристики эталонного ИП,

– нелинейность калибровочной характеристики эталонного ИП,

– округление результатов измерений,

– интерполирование табличных данных,

– неоднородность распределения измеряемой величины в физической среде (погрешность определения поправки на изменение измеряемой величины),

– разность значений влияющих величин при измерениях на калибруемом и эталонном ИП (погрешность определения поправок для этих разностей и влияние факторов, на которые поправки не вводятся).

8.3.2 Расчётные зависимости для оценок составляющих стандартной неопределённости результата калибровки, обусловленных такими источниками, приведены в разделе 6. Методика оценивания стандартной неопределённости и составления бюджета неопределённости калибровки приведена в разделе 5.

8.3.3 Как правило, при выполнении калибровки получают ряд повторных показаний калибруемого и эталонного ИП, $y_{cal}\left(X_{ref}\right)$, $y_{ref}\left(X_{ref}\right)$. В этом случае при обработке данных необходимо учитывать возможную корреляцию показаний эталонного и калибруемого ИП, обусловленную флуктуациями измеряемой величины. В частности, может быть целесообразным применение метода приведения.

9 Дополнительные задачи, решаемые при калибровке

При калибровке эталонных мер и ИП, при необходимости, могут решаться следующие задачи:

- оценивание нестабильности мер и калибровочных характеристик ИП,
- оценивание СКО повторяемости показаний калибруемого ИП.
- оценивание нелинейности калибровочных характеристик ИП,

9.1 Оценивание нестабильности мер

9.1.1 Во многих видах измерений для эталонных и образцовых мер высших разрядов устанавливают требование к их стабильности: предел допускаемого изменения значения меры за межповерочный интервал. При превышении этого предела меру переводят в более низкий класс точности. Для таких мер оценивание нестабильности за МКИ должно являться составной частью калибровки.

9.1.2 Изменение значения меры за l-ый МКИ оценивают по формуле

$$dx_l = x_{l+1} - x_l,$$

где x_{l+1}, x_l – значения калибруемой меры в моменты $l+1$-ой и l-ой калибровок, определяемые в соответствии с разделом 7.

9.1.3. Оценки значений калибруемой меры получают на основе повторных измерений. Оценки могут быть сильно коррелированы в силу использования одного и того же эталонного ИП и метода измерений. Если в межповерочный интервал меры не проводилась калибровка эталонного ИП, то неопределённость его калибровочной характеристики и ее нелинейность можно не учитывать. Нестабильность калибровочной характеристики эталонного ИП следует оценивать только за МПИ калибруемой меры.

9.1.4 Аналогично проводится оценивание нестабильности калибровочной характеристики ИП. В данном контексте полезным является материал 6.2.

9.2 Оценивание повторяемости показаний измерительных приборов

9.2.1 В состав нормируемых метрологических характеристик многих типов ИП входят доверительные границы случайной погрешности измерений. Для периодического контроля этой характеристики рекомендуется включать оценку повторяемости показаний в программу калибровки таких ИП.

9.2.2 Оценивание СКО повторяемости (сходимости) показаний S_r и его неопределённости проводят по типу А, путем статистического анализа повторных независимых показаний калибруемого ИП, соответствующих значению величины, воспроизводимой стабильной мерой, проведенных в условиях повторяемости (сходимости). Число m измерений должно быть не менее 20. Обработка результатов измерений проводится в следующем порядке.

9.2.3 Оценивают среднее значение и СКО результатов измерений по формулам

$$\bar{y} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} y_j, \qquad S_r = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}(y_j - \bar{y})^2}.$$

9.2.4 Проверяют ряд $y_1, ..., y_m$ на отсутствие выбросов по критерию Грабса. С этой целью находят статистики Грабса для наибольшего $z_m = \max y_j$ и наименьшего $z_1 = \min y_i$ результатов измерений:

$$G_m = \frac{z_m - \bar{y}}{S}, \quad G_1 = \frac{\bar{y} - z_1}{S}.$$

Выполнение условий $G_m \le G_m^*$ и $G_1 \ge G_1^*$, где G_m^*, G_1^* – пороговые значения с уровнем значимости 1 %, свидетельствует об отсутствии выбросов (таблица значений G_m^*, G_1^* приведена в [4]). В этом случае полученное значение S_r принимается в качестве оценки СКО показаний ИП в условиях повторяемости.

Если одно из этих неравенств не выполняется, то это означает, что соответствующее значение (z_m или z_1) является выбросом. В этом случае оно исключается, и оставшийся ряд из $m-1$ результатов измерений обрабатывают в соответствии с 9.2.3 и 9.2.4.

9.2.5 Относительную стандартную неопределённость СКО повторяемости приближенно вычисляют по формуле:

$$u_{rel}(S_r) = \sqrt{\frac{1}{2m}}.$$

9.2.6 Относительную расширенную неопределённость СКО повторяемости вычисляют следующим образом:

– для заданной вероятности охвата P находят вероятности $p_1 = \frac{1-P}{2}$, $p_2 = \frac{1+P}{2}$;

– используя обратную функцию распределения χ^2 с (m-1) степенями свободы находят значения $100p_1$ и $100p_2$ – процентных точек этого распределения $z_1 = z[(\chi^2_{m-1}(p_1))^{-1}]$, $z_2 = z[(\chi^2_{m-1}(p_2))^{-1}]$, где $(\chi^2_{m-1}(p))^{-1}$ – функция, обратная функции распределения χ^2 с $(m-1)$ степенями свободы ($p = F_{\chi^2(m-1)}(z)$);

– находят относительную расширенную неопределённость СКО повторяемости

$$U_{rel}(S_r) \cong \frac{\sqrt{z_2} - \sqrt{z_1}}{2\sqrt{m-1}}.$$

9.3 Оценивание нелинейности калибровочной характеристики

Оценивание нелинейности калибровочной характеристики выполняют в соответствии с 6.3.

10 Использование результатов калибровки

10.1 Обсуждение вопросов использования результатов калибровки выходит за рамки настоящего документа, но учитывая важность вопроса, в данном разделе содержится краткая информация. Подробное рассмотрение этого вопроса можно найти [3].

Результаты калибровки СИ могут быть использованы для:

– проверки соответствия метрологических характеристик калибруемого СИ установленным требованиям;

– расчёта инструментальной неопределённости измерения;

– установления цепи метрологической прослеживаемости.

10.2 При проверке соответствия метрологических характеристик калибруемого СИ установленным требованиям необходимо учитывать неопределённость установления данной метрологической характеристики при калибровке.

Пример. В качестве примера использования неопределённости измерения при проверке соответствия метрологических характеристик установленным требованиям приведем OIML R-111-1 Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3 and M3. Part 1: Metrological and technical requirements. В [5] при отнесении гири к определённому классу проверяются два условия:

1) Для калибруемой гири расширенная неопределённость $U(m)$ при $k = 2$ условной массы должна быть не более одной трети её пределов допускаемой погрешности δm для соответствующего класса: $U(m) \le 1/3 \cdot \delta m$

2) Для каждой гири условная масса m, определенная с расширенной неопределённостью $U(m)$, не должна отличаться от номинального значения массы гири, m_n, более чем на предел допускаемой погрешности минус расширенная неопределённость: $m_n - (\delta m - U(m)) \le m \le m_n + (\delta m - U(m))$.

Возможны и другие правила использования неопределённости при проверке соответствия установленным требованиям.

10.3 Инструментальная неопределённость является составляющей неопределённости измерения, обусловленной используемым средством измерения. Неопределённость измерения всегда больше инструментальной неопределённости, поскольку возникают дополнительные факторы, связанные с условиями измерения или применения СИ, которые приводят к дополнительным источникам неопределённости.

Неопределённость измерения, указанная в сертификате калибровки, в общем случае не является инструментальной составляющей неопределённости измерения, эта неопределённость установления определяемой метрологической характеристики калибруемого СИ. При расчете инструментальной неопределённости измерения необходимо проанализировать результаты калибровки используемого СИ и установить, правомерно и необходимо ли вносить поправки в результат измерения по результатам калибровки СИ.

Если результаты калибровки представлены в виде отклонений показаний калибруемого СИ от опорных значений измеряемой величины, определяемых эталоном, то инструментальная неопределённость будет зависеть от того:

– вносится ли поправка в каждой точке шкалы,

– устанавливается аппроксимирующая зависимость для поправки в зависимости от значения измеряемой величины в диапазоне измерения,

– поправка учитывается в суммарной неопределённости и др.

Пример. В качестве примера рассмотрим рекомендации по установлению неопределённости весов в процессе их использования, приведенные в EURAMET/cg-18/v.02 Guidelines on the Calibration of Non-Automatic Weighing Instruments. При калибровке весов устанавливают: отклонение от опорного значения/погрешность показаний весов, $E(R)$, и соответствующую стандартную неопределённость, $u(E(R))$. При расчете суммарной стандартной неопределённости результата взвешивания, $u(W)$, дополнительно учитывают составляющие неопределённости, обусловленные разрешением весов и повторяемостью показаний. Если поправка по результатам калибровки не вносится, то вместо $u(E(R))$ используют $\sqrt{u^2(E(R)) + E^2(R)}$.

11 Использованная литература

1. JCGM 200:2008 International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM), BIPM 2008.

2. ISO/IEC Guide 98-3:2008 Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)

3. ISO/IEC Guide 98-4:2012 Uncertainty of measurement – Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment

4. EA-4/02 Expression of the uncertainty of Measurements in Calibration.

5. OIML R-111-1 Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3 and M3. Part 1: Metrological and technical requirements

6. EURAMET/cg-18/v.02 Guidelines on the Calibration of Non-Automatic Weighing Instruments

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Неопределённость построения линейной калибровочной характеристики методом наименьших квадратов

А.1 Для построения линейной калибровочной характеристики ИП проводят измерения отклика ИП в N калибровочных точках рассматриваемого диапазона с известными значениями $x_1, ..., x_j, ..., x_N$. В каждой точке x_j проводят n повторных измерений. Таким образом, формируется ряд y_{jl} $(l = 1, ..., n)$ значений показаний ИП в калибровочных точках x_j.

А.2 Калибровочная характеристика задаётся выражением

$$y = D_0 + K(x - \bar{x}),$$

где

$$D_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\bar{y}_j = \frac{1}{Nn}\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=1}^{n}y_{jl}, \qquad K = \frac{\sum_{j=1}^{N}\bar{y}_j(x_j - \bar{x})}{\sum_{j=1}^{N}(x_j - \bar{x})^2},$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_j, \qquad \bar{y}_j = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}y_{jl}.$$

А.3 При оценивании неопределённости калибровочной характеристики $y(x)$ следует учесть неопределённость значений калибровочных точек $u(x_j)$, оцениваемых по типу В, и неопределённости выходных сигналов $u(y_{jl})$ ИП, оцениваемые как по типу А (вследствие случайных погрешностей ИП), так и по типу В (вследствие дополнительных погрешностей измерений при калибровке).

А.4 Если значения калибровочных точек x_j, $j = 1, ..., N$ являются независимыми ($\mathrm{cov}(x_j, x_k) = 0$ для любых $j, k = 1,...N$ при $j \neq k$), стандартную неопределённость, обусловленную погрешностью метода наименьших квадратов, подсчитывают по формуле

$$u_{мнк}(x) = \sqrt{\left[\frac{1}{N} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{j=1}^{N}(x_j - \bar{x})^2}\right] \cdot [u^2(\bar{y}) + K^2 u_B^2(x)]},$$

где

$$u(\bar{y}) = \sqrt{u_A^2(\bar{y}) + u_B^2(\bar{y})}, \tag{А.1}$$

$$u_A(\bar{y}) = \sqrt{\frac{1}{(Nn-2)n}\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=1}^{n}[y_{ij} - D_0 - K(x_j - \bar{x})]^2}\ , \qquad (А.2)$$

$u_B(\bar{y}), u_B(x)$ – стандартные неопределённости оценивания $\bar{y}, x$ по типу В.

При этом стандартные неопределённости параметров модели равны

$$u(D_0) = \sqrt{\frac{u^2(\bar{y}) + K^2 u_B^2(x)}{N}}, \qquad u(K) = \sqrt{\frac{u^2(\bar{y}) + K^2 u_B^2(x)}{\sum_{j=1}^{N}(x_j - \bar{x})^2}}. \qquad (А.3)$$

А.5 Если величины x_j, $j = 1, ..., N$ коррелированы (отягощены постоянной систематической погрешностью), стандартную неопределённость подсчитывают по формуле

$$u_{мнк}(x) = \sqrt{[\frac{1}{N} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\sum_{j=1}^{N}(x_j - \bar{x})^2}] \cdot u^2(\bar{y}) + K^2 u_B^2(x)}\ .$$

А.6 В частном случае при построении линейной калибровочной зависимости, проходящей через ноль, обычно используют N калибровочных точек со значениями $x_1, ..., x_j, ..., x_N$ (возможно применение одной многозначной меры). В каждой точке x_j проводят n измерений выходного сигнала с результатами y_{jl} $(l = 1, ..., n)$.

Калибровочная зависимость выражается формулой

$$y = Kx,$$

где

$$K = \frac{\sum_{j=1}^{N}\bar{y}_j x_j}{\sum_{j=1}^{N}x_j^2}, \qquad \bar{y}_j = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}y_{jl}\ .$$

Если результаты измерений x_j, $j = 1, ..., N$ являются независимыми, стандартную неопределённость метода подсчитывают по формуле

$$u_{мнк}(x) = u(K) \cdot x,$$

в которой

$$u(K) = \sqrt{\frac{u^2(\bar{y}) + K^2 u_B^2(x)}{\sum_{j=1}^{N}x_j^2}}\ ,$$

$u(\bar{y})$ – рассчитывают по формуле (А.1), $u_A(\bar{y})$ – по формуле (А.2), в которой $D_0 = 0$.

Если величины x_j, $j = 1, ..., N$ коррелированы, стандартную неопределённость подсчитывают по формуле (А.3), в которой

$$u(K) = \sqrt{\frac{u^2(\bar{y})}{\sum_{j=1}^{N} x_j^2} + K^2 u_B^2(x) \frac{(\sum_{j=1}^{N} x_j)^2}{(\sum_{j=1}^{N} x_j^2)^2}} .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Расчет неопределённости скорости дрейфа метрологических характеристик эталонов

В.1 На основе протоколов калибровок проведённых в течение ряда лет определяют статистические оценки скоростей дрейфа калибровочной характеристики эталона – средние скорости $\bar{v}_1, ..., \bar{v}_r$ дрейфа и стандартные неопределённости скоростей дрейфа $u(\bar{v}_1), ..., u(\bar{v}_r)$, где r – число калибровочных точек.

В.2 По значениям $\bar{v}_1, ..., \bar{v}_r$ определяют поправки к показаниям эталонов при проведении с их помощью калибровки, с учетом значений $u(\bar{v}_1), ..., u(\bar{v}_r)$, т.е. стандартных неопределённостей этих поправок.

В.3. Если эталон является однозначной мерой, на основе протоколов калибровок или поверок заполняют Таблицу В.1.

Таблица В.1

Определение скорости дрейфа значений однозначных мер

Порядковый номер калибровки		1	2	3	4	5
Дата калибровки		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
Межкалибровочный интервал, ед. времени		–	$t_1 = T_2 - T_1$	$t_2 = T_3 - T_2$	$t_3 = T_4 - T_3$	$t_4 = T_5 - T_4$
Значение меры, ед. величины	Приписанное	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
	Действительное	$\dot{y}_1$	$\dot{y}_2$	$\dot{y}_3$	$\dot{y}_4$	$\dot{y}_5$
Скорость дрейфа, ед. величины/ед. времени		–	$v_1 = \frac{\dot{y}_2 - y_2}{t_1}$	$v_2 = \frac{\dot{y}_3 - y_3}{t_2}$	$v_3 = \frac{\dot{y}_4 - y_4}{t_3}$	$v_4 = \frac{\dot{y}_5 - y_5}{t_4}$

В этой таблице скорость дрейфа значения меры в l-ом межкалибровочном интервале вычислена по формуле

$$v_l = \frac{\dot{y}_{l+1} - y_{l+1}}{t_l}, \tag{В.1}$$

где

t_l – длительность l-ого МКИ;

y_l – приписанное значение меры при её поступлении на l-ую калибровку $y_l = \dot{y}_{l-1}$;

$\dot{y}_l$ – действительное значение меры, определенное при l-ой калибровке.

В.4 Далее проводят вычисления в следующем порядке:

- определяют среднюю скорость дрейфа значения меры

$$\bar{v} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} v_l \ , \tag{В.2}$$

где L – число межкалибровочных интервалов, прошедших до рассматриваемого момента, и стандартная неопределённость (по типу А) средней скорости дрейфа

$$u(\bar{v}) = \sqrt{\frac{1}{L(L-1)}\sum_{l=1}^{L}(v_l - \bar{v})^2} \ . \tag{В.3}$$

- поправку на дрейф значения эталонной меры принимают равной $\Delta t = \bar{v} \cdot t$, где $t = T - T_L$ – время, прошедшее после последней калибровки эталонной меры.
- стандартную неопределённость этой поправки определяют, как $u(\Delta t) = u(\bar{v}) \cdot t$ с числом степеней свободы $L-1$.

В.5 Если эталон является многозначной мерой, поправки $\Delta_i t$ к действительным значениям и их стандартные неопределённости $u(\Delta_i t)$ определяют в соответствии с В.4 и В.5 для каждого значения многозначной меры.

В.6 Если эталон является измерительным прибором с линейной калибровочной характеристикой, на основе протоколов калибровок или поверок заполняют Таблицу В.2.

Таблица В.2

Определение скорости дрейфа калибровочного коэффициента ИП с линейной калибровочной характеристикой

Порядковый номер калибровки	1	2	3	4	5
Дата калибровки	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
МКИ, сутки	–	$t_1 = T_2 - T_1$	$t_2 = T_3 - T_2$	$t_3 = T_4 - T_3$	$t_4 = T_5 - T_4$
Сдвиг нуля перед калибровкой	x_{01}	x_{02}	x_{03}	x_{04}	x_{05}
Калибровочный коэффициент	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
	$\dot{K}_1$	$\dot{K}_2$	$\dot{K}_3$	$\dot{K}_4$	$\dot{K}_5$
Скорость дрейфа аддитивной составляющей погрешности	–	$v_{01} = \frac{x_{02}}{t_1}$	$v_{02} = \frac{x_{03}}{t_2}$	$v_{03} = \frac{x_{04}}{t_3}$	$v_{04} = \frac{x_{05}}{t_4}$
Скорость дрейфа калибровочного коэффициента	–	$v_{K1} = \frac{\dot{K}_2 - K_2}{t_1}$	$v_{K2} = \frac{\dot{K}_3 - K_3}{t_2}$	$v_{K3} = \frac{\dot{K}_4 - K_4}{t_3}$	$v_{K4} = \frac{\dot{K}_5 - K_5}{t_4}$

В этой таблице скорость дрейфа нуля в l-ом МКИ вычисляют по формуле

$$v_{0l} = \frac{x_{0(l+1)}}{t_l} \ ,$$

где $x_{0(l+1)}$ – сдвиг нуля ИП, определённый при $(l+1)$-ой калибровке.

Среднюю скорость дрейфа калибровочного коэффициента вычисляют по формуле

$$v_{Kl} = \frac{\dot{K}_{l+1} - K_{l+1}}{t_l},$$

где $K_{l+1}, \dot{K}_{l+1}$ – оценка калибровочного коэффициента при поступлении на $(l+1)$ калибровку и после проведения калибровки.

Далее проводят вычисления в следующем порядке:

- определяют средние скорости дрейфа нуля и калибровочного коэффициента:

$$\bar{v}_0 = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} v_{0l}, \quad \bar{v}_K = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} v_{Kl},$$

и стандартную неопределённость (по типу А) этих средних скоростей:

$$u(\bar{v}_0) = \sqrt{\frac{1}{L(L-1)}\sum_{l=1}^{L}(v_{0l} - \bar{v}_0)^2}, \qquad u(\bar{v}_K) = \sqrt{\frac{1}{L(L-1)}\sum_{l=1}^{L}(v_{Kl} - \bar{v}_K)^2};$$

- поправку на дрейф характеристик ИП принимают равной $\Delta t = (\bar{v}_0 + \bar{v}_K \cdot x) \cdot t$, где x – значение величины, измеряемой при калибровке;
- стандартную неопределённость этой поправки принимают равной

$$u(\Delta t) = \sqrt{u^2(\bar{v}_0) + u^2(\bar{v}_K) \cdot x^2} \cdot t.$$

В.7 Если эталон является измерительным прибором с нелинейной калибровочной характеристикой, из протоколов калибровок или поверок выбирают данные о нестабильности СИ $\{y_{il}, y_{(i+1)l}\}_{l=1}^{L}$ в точках диапазона x_i и x_{i+1}, ближайших к калибровочной точке x, ($x_i < x < x_{i+1}$): $y_{il} = y_l(x_i)$. Эти данные вносят в Таблицу В.3. Обозначения аналогичны пп. В.4., В.5.

Таблица В.3

Определение скорости дрейфа характеристик измерительных приборов с нелинейной калибровочной характеристикой

Порядковый номер калибровки		1	2	3	4
Дата калибровки		T_1	T_2	T_3	T_4
МКИ		–	$t_1 = T_2 - T_1$	$t_2 = T_3 - T_2$	$t_3 = T_4 - T_3$
Значения в калибруемых точках диапазона СИ	Приписанные	y_{i1} $y_{(i+1)1}$	y_{i2} $y_{(i+1)2}$	y_{i3} $y_{(i+1)3}$	y_{i4} $y_{(i+1)4}$
	Действительные	$\dot{y}_{i1}$ $\dot{y}_{(i+1)1}$	$\dot{y}_{i2}$ $\dot{y}_{(i+1)2}$	$\dot{y}_{i3}$ $\dot{y}_{(i+1)3}$	$\dot{y}_{i4}$ $\dot{y}_{(i+1)4}$

Скорости дрейфа значений в калибруемых точках диапазона x_i, x_{i+1} эталонного СИ	–	$v_{i1} = v_1(x_i) = \\ = \frac{\dot{y}_{i2} - y_{i2}}{t_1}$ $v_{(i+1)1} = v_1(x_{i+1}) = \\ = \frac{\dot{y}_{(i+1)2} - y_{(i+1)2}}{t_1}$	$v_{i2} = v_2(x_i) = \\ = \frac{\dot{y}_{i3} - y_{i3}}{t_{31}}$ $v_{(i+1)2} = v_2(x_{i+1}) = \\ = \frac{\dot{y}_{(i+1)3} - y_{(i+1)3}}{t_2}$	$v_{i3} = v_3(x_i) = \\ = \frac{\dot{y}_{i4} - y_{i4}}{t_3}$ $v_{(i+1)3} = v_3(x_{i+1}) = \\ = \frac{\dot{y}_{(i+1)4} - y_{(i+1)4}}{t_3}$

В этой таблице скорости дрейфа v_{il} вычислены по формуле (В.1).

Далее проводят вычисления в следующем порядке:

- определяют по формуле (В.2) средние скорости дрейфа $\bar{v}_i, \bar{v}_{i+1}$;
- определяют стандартные неопределённости средних скоростей дрейфа $u(\bar{v}_i)$ и $u(\bar{v}_{i+1})$ по формуле (В.3) и коэффициент корреляции скоростей дрейфа в калибровочных точках x_i и x_{i+1} по формуле

$$r(\bar{v}_i,\ \bar{v}_{i+1}) = \frac{1}{u(\bar{v}_i)u(\bar{v}_{i+1})}\frac{1}{L(L-1)}\sum_{l=1}^{L}(v_{il} - \bar{v}_i)(v_{(i+1)l} - \bar{v}_{i+1});$$

- поправку на нестабильность СИ принимают равной

$$\Delta t = \frac{\bar{v}_i(x_{i+1} - x) + \bar{v}_{i+1}(x - x_i)}{x_{i+1} - x_i} \cdot t,$$

где t – время, прошедшее после последней калибровки эталонного ИП.

Стандартная неопределённость поправки Δt равна

$$u(\Delta\,\mathrm{t}) = \sqrt{u^2(\bar{v}_i)\cdot(\frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i})^2 + 2r(v_i, v_{i+1})u(\bar{v}_i)u(\bar{v}_{i+1})\cdot\frac{(x_{i+1} - x)(x - x_i)}{(x_{i+1} - x_i)^2} + u^2(\bar{v}_{i+1})\cdot(\frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i})^2} \cdot t.$$

Примечание. Если $u(\bar{v}_i) = u(\bar{v}_{i+1}) = u$ и коэффициент корреляции близок к единице, то $u(\Delta t) = u \cdot t$.